

# Rolle von Grundvorstellungen beim Aufbau arithmetischer Kompetenzen



## IFL-Fachtagung

### Rotenburg

### 28.06.2013

Sebastian Wartha, Karlsruhe



Beratungsstelle  
Rechenstörungen



# Fragestellungen

---

Problem

*Vortrag*

- *Fallstudie*
- *Rolle von Grundvorstellungen?*
- *Hürden beim Lernen von Mathematik?*
- *Wie können diese diagnostiziert werden?*

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung

*Workshop*

- *Wie können diese aufgearbeitet werden?*
  - *Rolle von Material*
  - *Förderkonzept*
-

# Fallstudie: Frau Westphal

## Frau Westphal

- 34 Jahre
- Hauptschulabschluss
- Mehrere Berufsausbildungen abgebrochen
- Krankgeschrieben wegen Burn-out

### Problem

### Definition

### Symptome

### Diagnose

### Förderung

- Rechnen ZR 50



- Fahrkarte

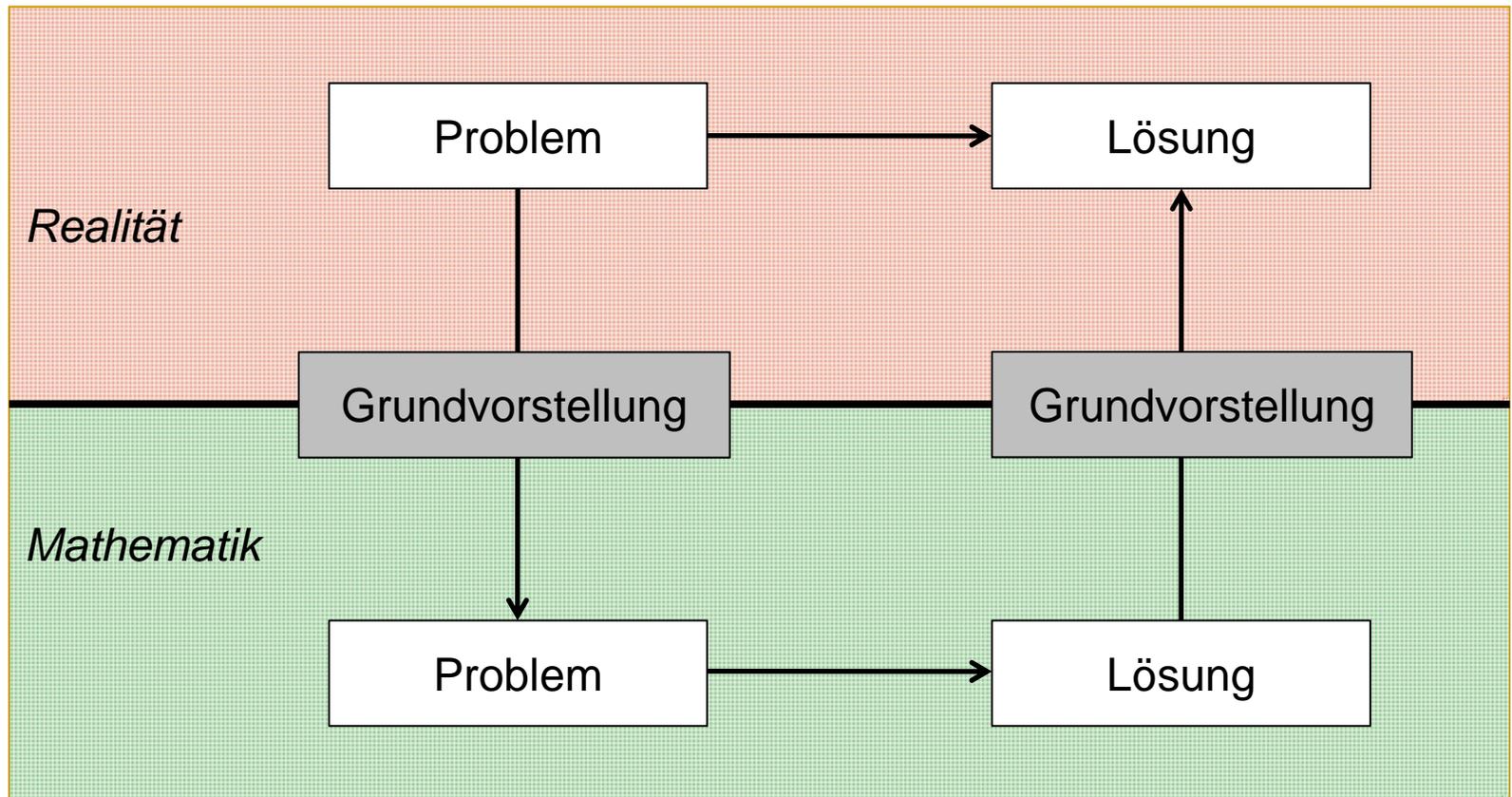


- Bureau-Stuhl



# Grundvorstellungen

Problem  
Definition  
Symptome  
Diagnose  
Förderung



# Grundvorstellungen

Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung

*Realität*

K: 3 Murmeln  
E: 7 Murmeln  
Wie viele braucht K?

4 Murmeln

Grundvorstellung

Grundvorstellung

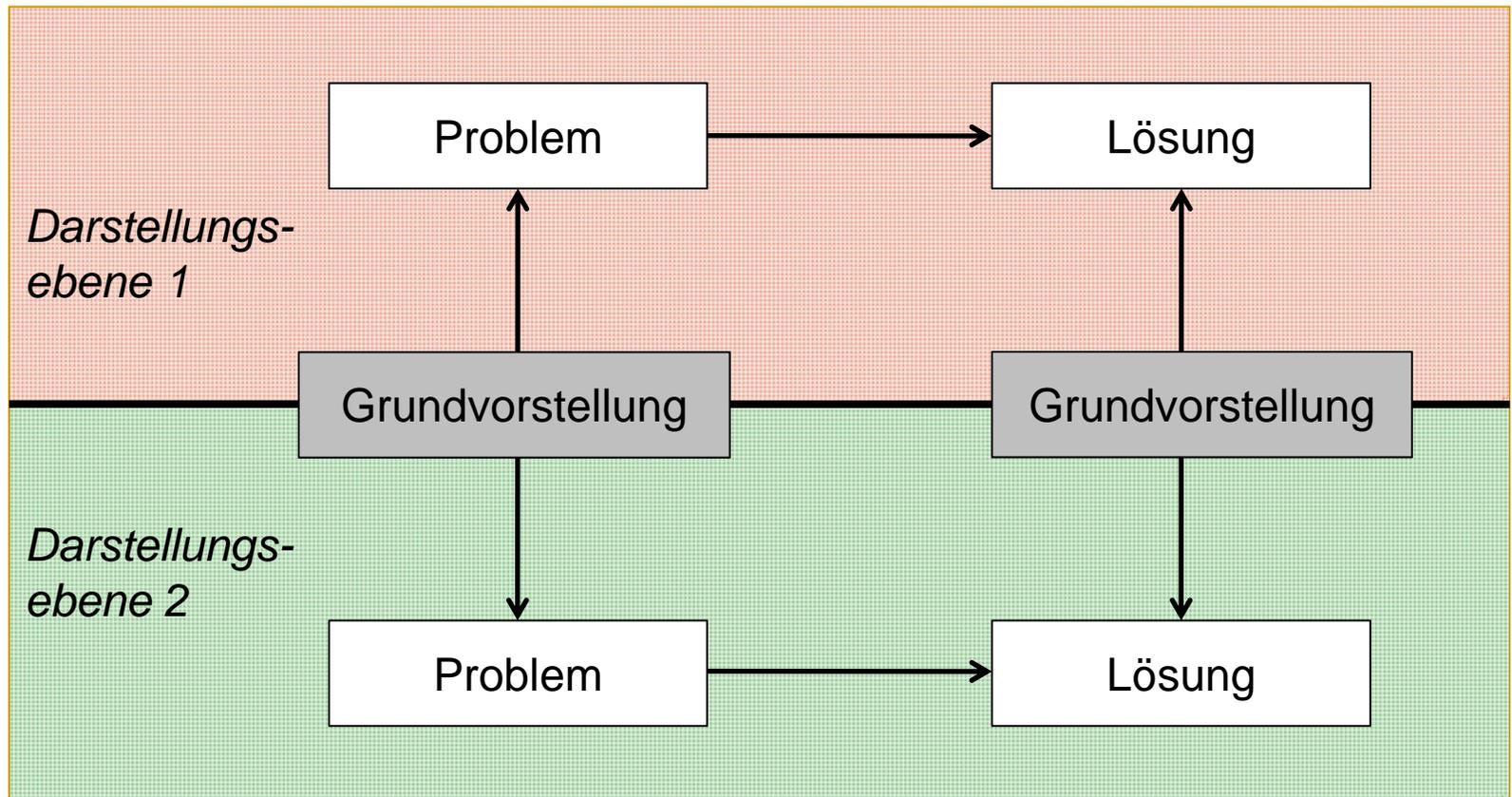
*Mathematik*

$$3 + \_ = 7$$

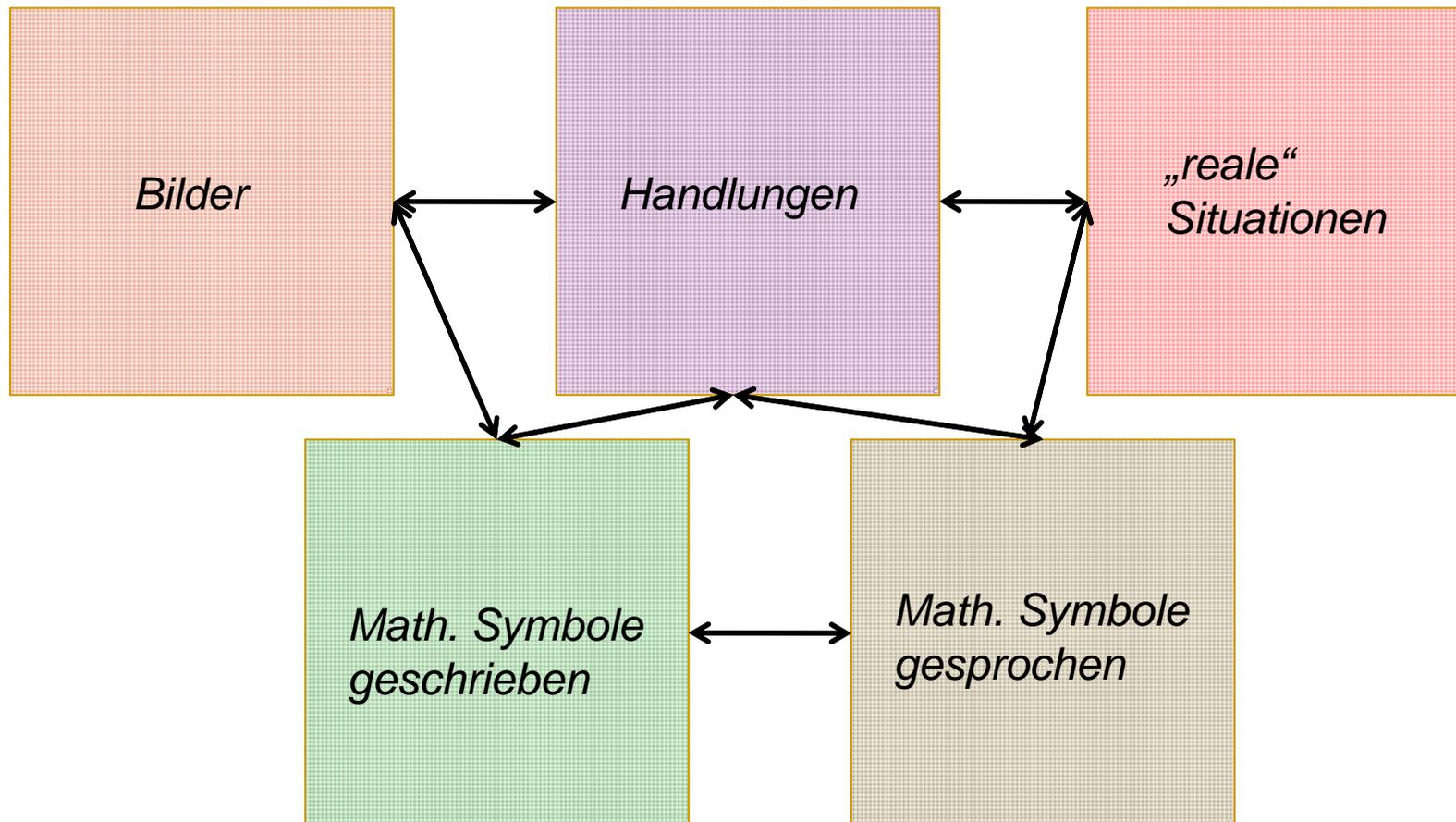
$$\_ = 4$$

# Grundvorstellungen

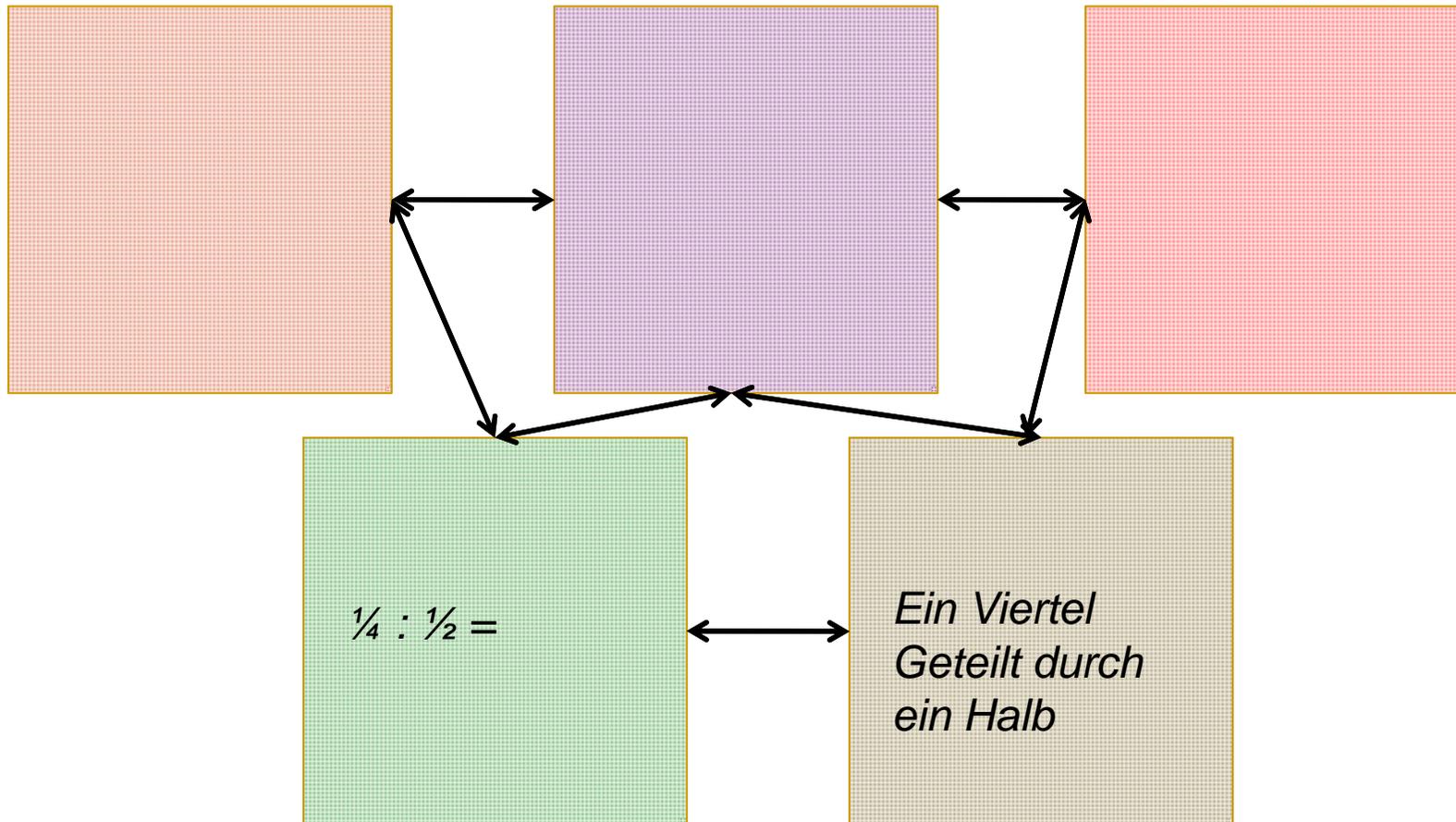
Problem  
Definition  
Symptome  
Diagnose  
Förderung



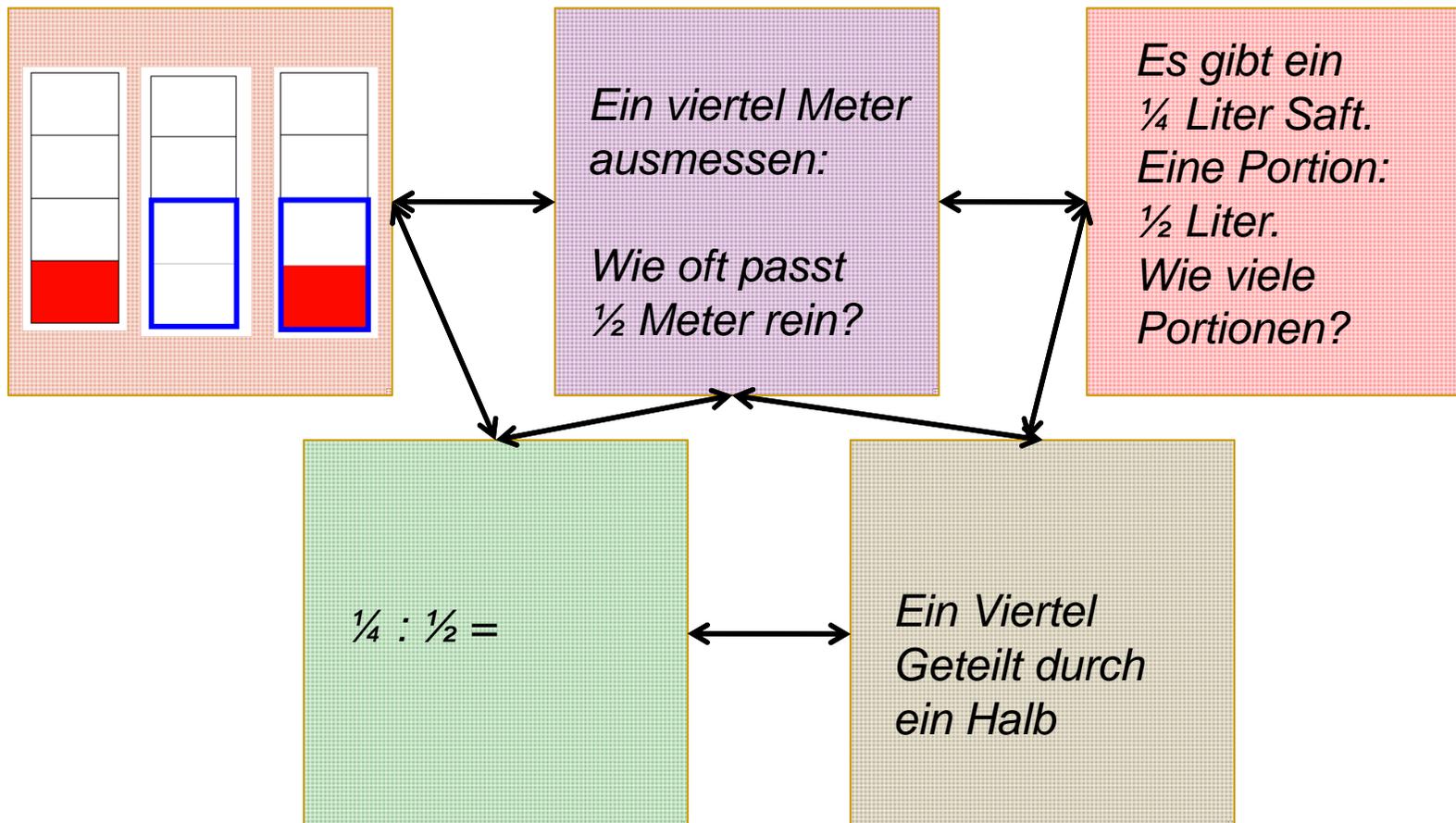
# Darstellungen



# Darstellungen

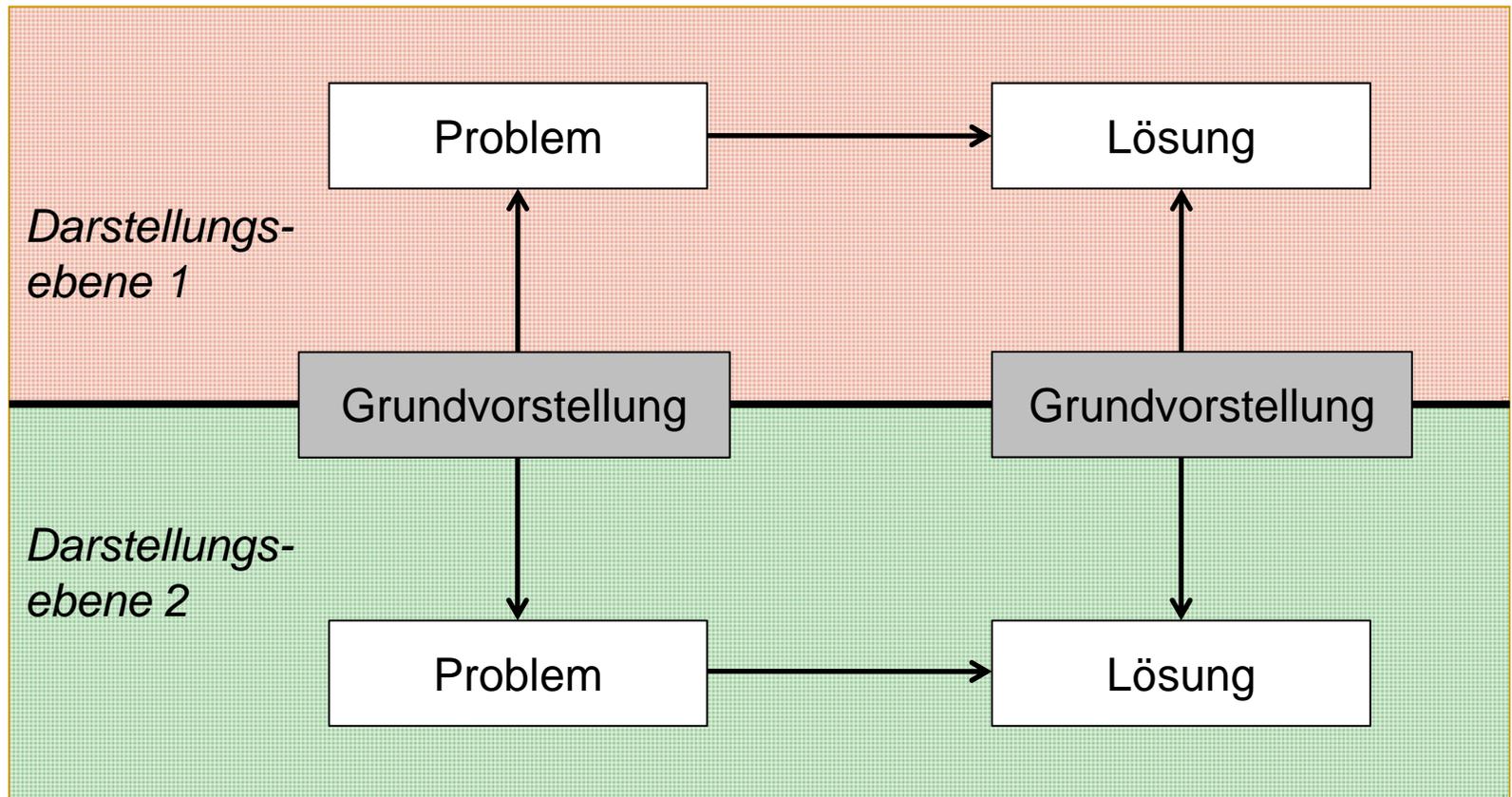


# Darstellungen



# Grundvorstellungen

Problem  
Definition  
Symptome  
Diagnose  
Förderung



# Fallstudie: Frau Westphal

## Frau Westphal

- 34 Jahre
- Hauptschulabschluss
- Mehrere Berufsausbildungen abgebrochen
- Krankgeschrieben wegen Burn-out

### Problem

### Definition

### Symptome

### Diagnose

### Förderung

- Rechnen ZR 50



- Fahrkarte



- Bureau-Stuhl



# Diagnose

Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung

- Bevor man helfen kann: Diagnose
- Diagnose – wie:
  - Kompetenzorientiert
  - Prozessorientiert
  - Beachtung „didaktischer Verträge“
- Was –
  - Zentrale mathematische Symptome

## Hürde 1 von 3: Zählendes Rechnen

Problem

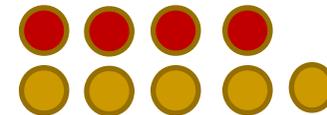
Definition

Symptome

Diagnose

Förderung

- Warum zählen Kinder?
  - 4 + 5 nicht auswendig, also zählen
  - Wenn zählen nur schwer zu merken
  - Abhilfe: Zusammenhang 4-5-9 merken
- Warum ist das problematisch?
  - Grundvorstellungen zu Zahlen werden nur sehr erschwert aufgebaut (ZR ab 100)



## Hürde 1 von 3: Zählendes Rechnen

Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung

- (Ab) wann ist das problematisch?
  - Beginn zweites Schuljahr
  - Spätestens Weihnachten zweites Schuljahr
  - In Klasse 1 noch nicht grundsätzlich
- Idee: Nicht vom Zählen ABLÖSEN sondern attraktive Alternativen anbieten

## Hürde 2 von 3: Probleme beim Stellenwertverständnis

Problem

Definition

Symptome

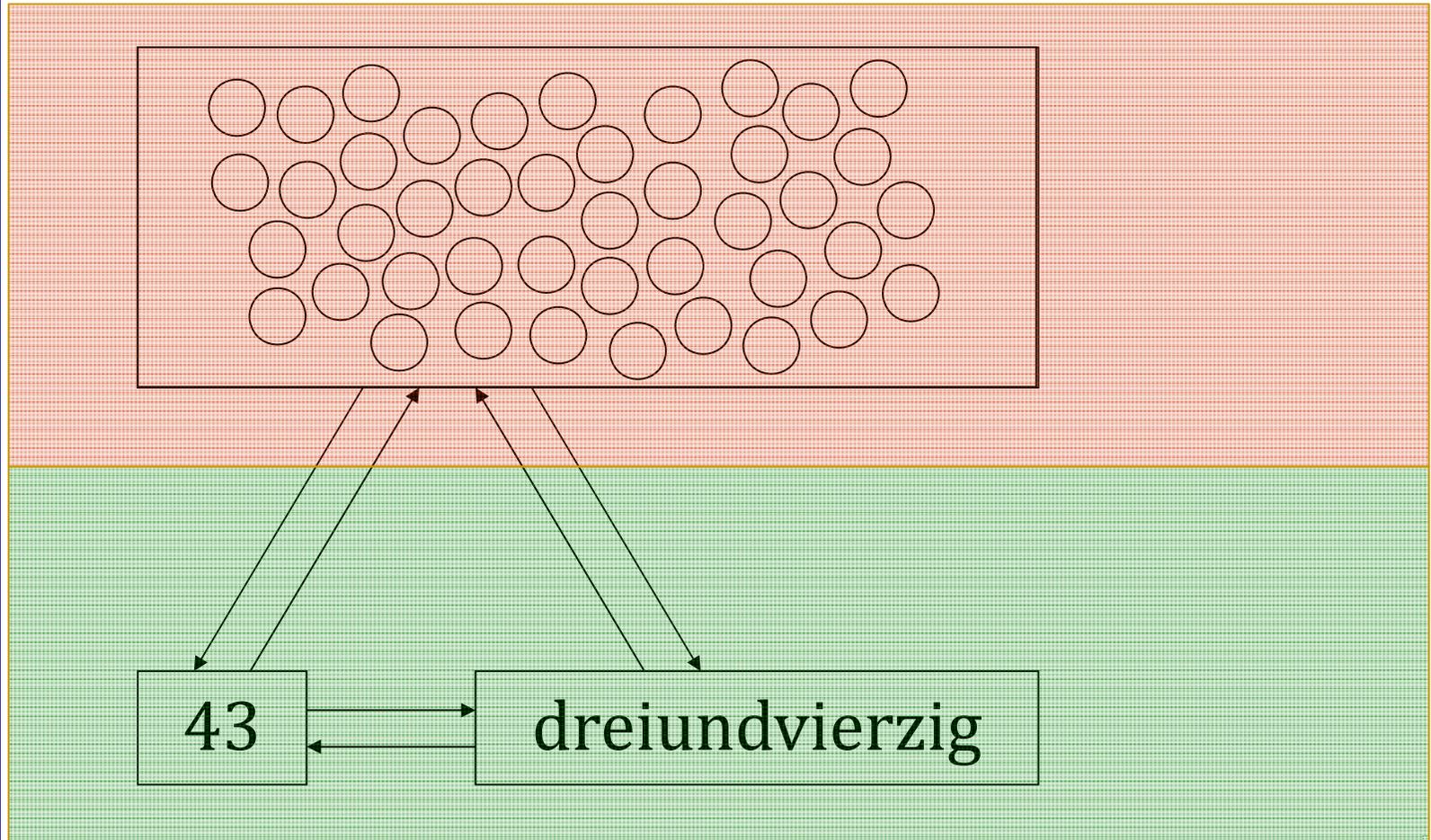
Diagnose

Förderung

- Stellenwertverständnis ist Grundlage für Analogien: mit 4-5-9 können zahlreiche Aufgaben gelöst werden:
  - $14 + 5, 34 + 5, 74 + 5 \dots$
  - $40 + 50, 42 + 50, 49 + 50, \dots$
- Aufbau unserer Zahlen muss klar sein

## Hürde 2 von 3: Probleme beim Stellenwertverständnis

Problem  
Definition  
Symptome  
Diagnose  
Förderung



## Hürde 2 von 3: Probleme beim Stellenwertverständnis

Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung

- Deutsche Zahlwortbildung sehr unregelmäßig:
  - Sondernamen (elf, -zwan-),
  - sprachliche Glättungen (sieb-zig)
  - Ausnahmen (z. B. fehlendes „und“
    - vier – zehn:  $4 + 10$
    - vier – hundert =  $4 * 100$
- Inverse Sprechweise
- Falsche Betonung

## Hürde 2 von 3: Probleme beim Stellenwertverständnis

Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung

- Problem von Zahlendrehern:
  - Vierundzwanzig vs. 42
- Abhilfe – Brechen mit einer der Regeln:
  - Schreibe von links nach rechts (... also invers)
  - Schreibe wie du hörst (... also in Schreibrichtung)

## Hürde 2 von 3: Probleme beim Stellenwertverständnis

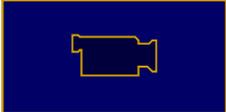
Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung

- Argumente gegen „inverses Schreiben“
  - Viele „Sprünge“ bei großen Zahlen
  - Man muss sich die Zahl nicht vorstellen
  - Unregelmäßigkeit beim Schreiben (17, 44, 80)
  - Sinnggebung „von beiden Seiten“ 
  - Taschenrechner- und Computerbedienung
- Also: Gut anhören (acht–und–drei–ßig); wie viele Zehner? Diese als erstes notieren

## Hürde 2 von 3: Probleme beim Stellenwertverständnis

- Beispiele:
  - Lea

Problem

Definition

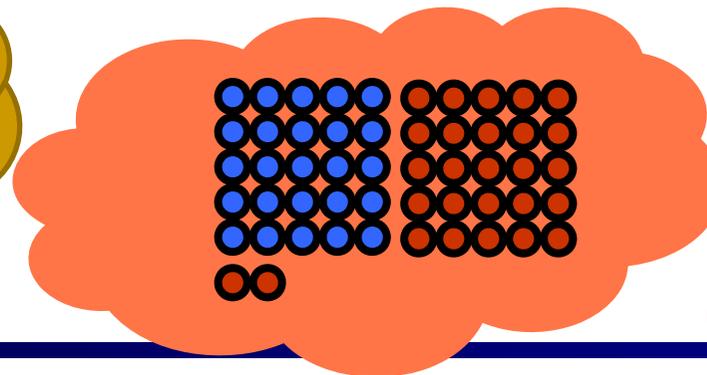
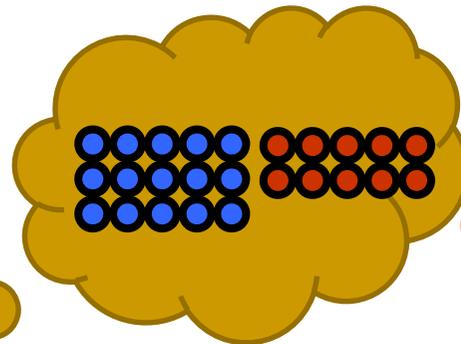
Symptome

Diagnose

Förderung

Das Doppelte von  
Fünfundzwanzig?

Vierhundert



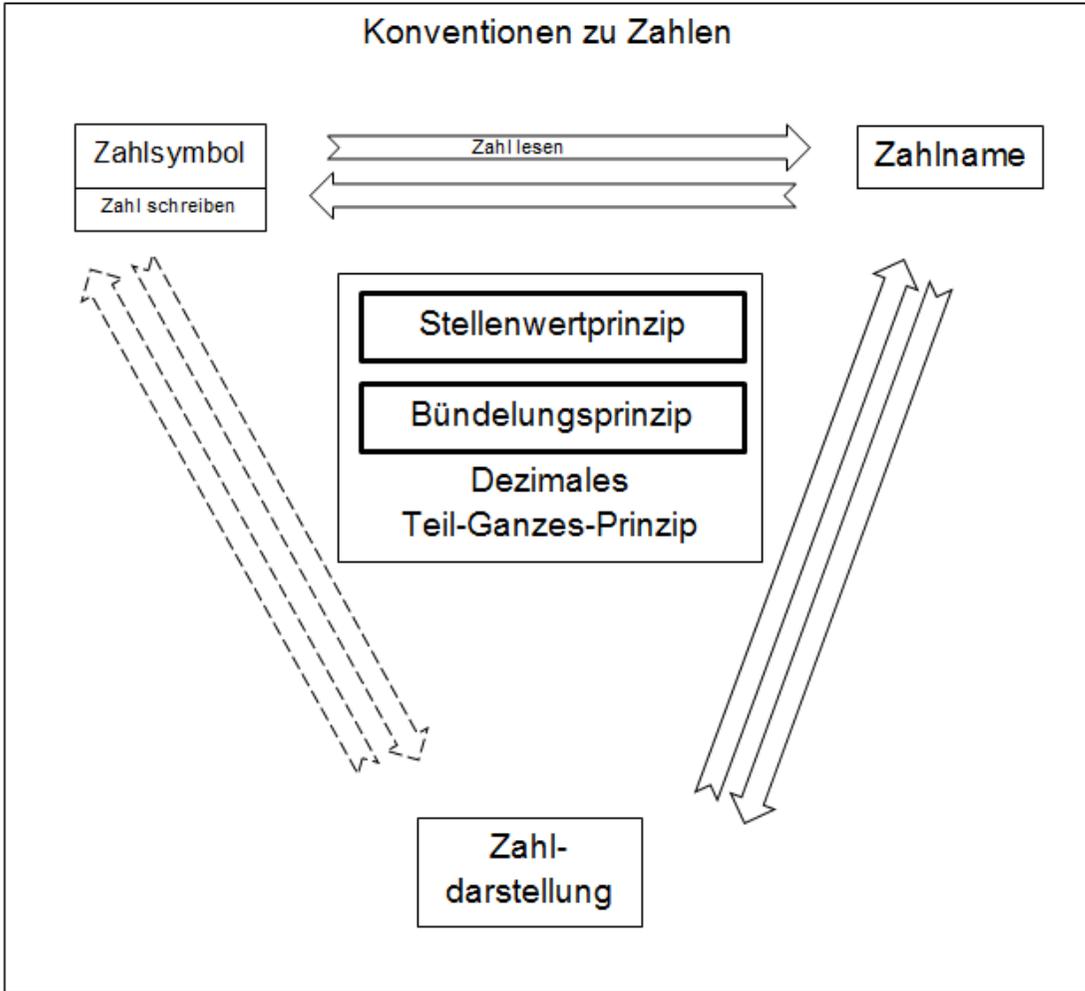
Zählen

Teil-Ganzes-Prinzip

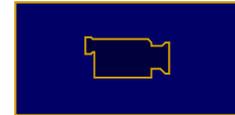
Bündeln

Strukturieren

Problem  
Definition  
Symptome  
Diagnose  
Förderung



Fromme  
(2012)



Rechenstrategien



## Symptom 3 von 3: Grundvorstellungsdefizite

Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung

- Inhalte können nicht auf mehreren Darstellungsebenen abgerufen werden
- Grundvorstellungen zu
  - Zahlen (als Menge und als Position)
  - Operationen (z.B. Subtrahieren nicht nur „Wegnehmen“)
  - Strategien („Verständnis“ oder „Rezept“)

# Symptome beobachten

- Aufgabe 32 – 28

Problem

Zählendes Rechnen: Werden Teilschritte über Zählprozesse berechnet?

Definition

Symptome

Stellenwertverständnis: Treten Zahlendreher auf? Werden Ziffern ungeachtet ihrer Position verrechnet (z. B.  $3 + 8 - 2 - 2$ )

Diagnose

Förderung

Grundvorstellungen: Aktiviert das Kind ordinale Vorstellungen und eine GVn zum Subtrahieren als Ergänzen?

Kann es die Aufgabe in eine Handlung übersetzen?

Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung

Diagnose?

# Möglichkeiten der Diagnose

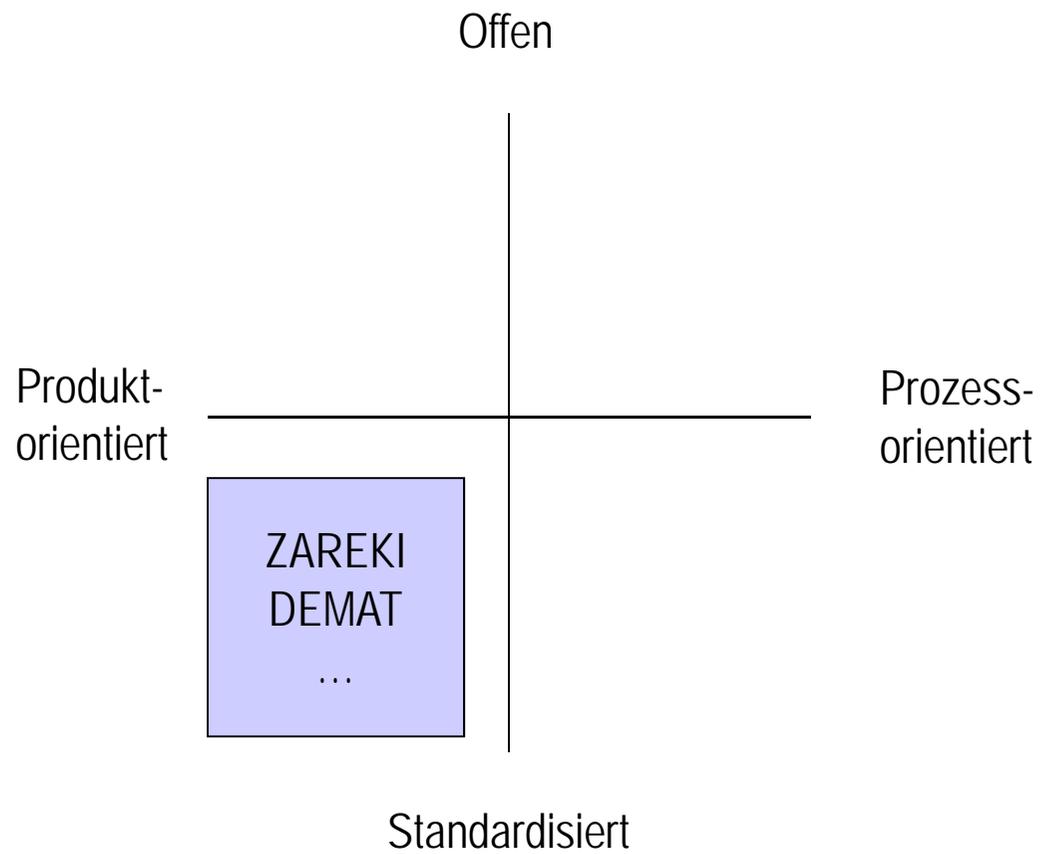
Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung



# Möglichkeiten der Diagnose

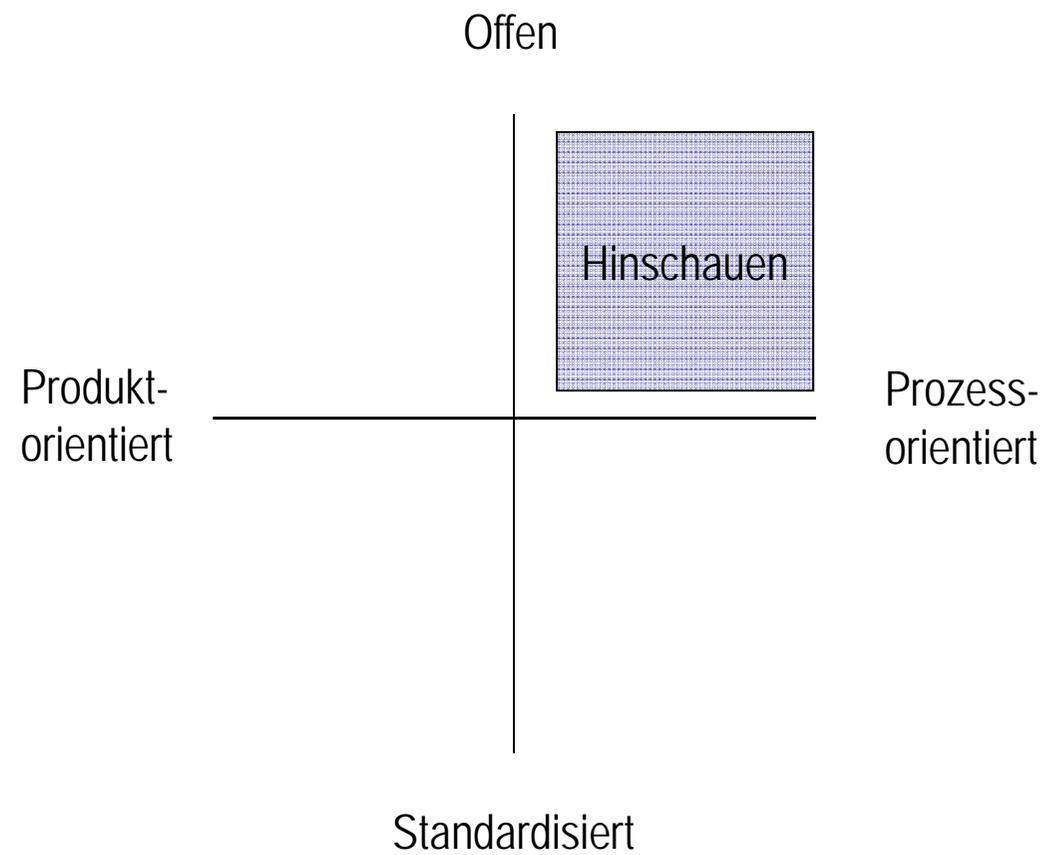
Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung



# Möglichkeiten der Diagnose

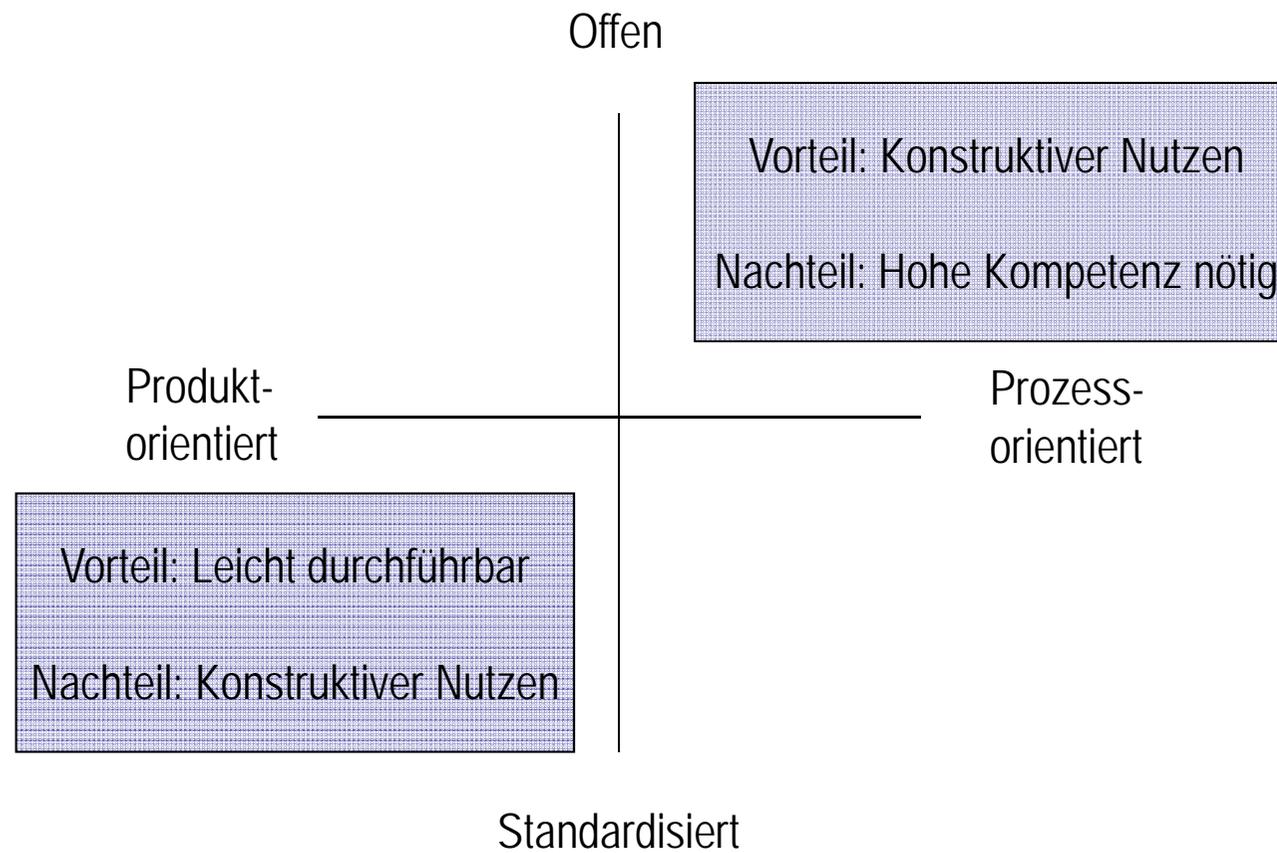
Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung



## Rechenstörungen: prozess- und kompetenzorientierte Diagnose

Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung

- Wie: Beobachtung der Rechenwege durch „gute“ Aufgaben
- Wann: Immer (in Rechenkonferenzen, in Stillarbeitsphasen...)
- Was:
  - Welche Strategien werden verwendet?
  - (Wie) wird Material genutzt?
  - Welche Aufgaben werden gekonnt, welche nicht?
- Warum: Voraussetzungen für den weiteren Lernprozess

# Konsequenzen

Problem

*Was für Diagnose und Förderung nicht benötigt wird:*

- Tests und Aufgabenkolonien
- mehr Üben ohne Übersetzungen

Definition

*Was benötigt wird:*

Symptome

- Kompetenzen für Diagnose
  - Inhaltlich (3 Symptome)
  - Methodisch (Beobachtung, Lautes Denken)
- Kompetenzen für Förderung
  - Auswahl von geeignetem Material
  - Geeignetes Arbeiten mit & *ohne* Material
  - Unterstützung des Verinnerlichens von Handlungen

Diagnose

Förderung

# Aufgaben des Materials

## Auswahlkriterien

Problem

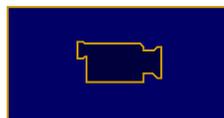
Definition

Symptome

Diagnose

Förderung

- (1) Anknüpfen an Vorkenntnisse?
- (2) Entspricht die Handlung der Strategie
- (3) Kann die Handlung *im Kopf* durchgeführt werden?



# Botschaften

Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung

- Vom Zählen zum Rechnen
- Grundvorstellungen, keine Regeln
- Auf's Übersetzen kommt es an; Verinnerlichen von Handlungen
- Diagnose & Förderung
  - aktueller Stoff genügt nicht
  - 3 zentrale Symptome wissen
    - Zählendes Rechnen
    - Mangelndes Stellenwertverständnis
    - Grundvorstellungsdefizite
  - Beides da, wo die Probleme beginnen, nicht, wo sie aufhören

# Dank und Wunsch

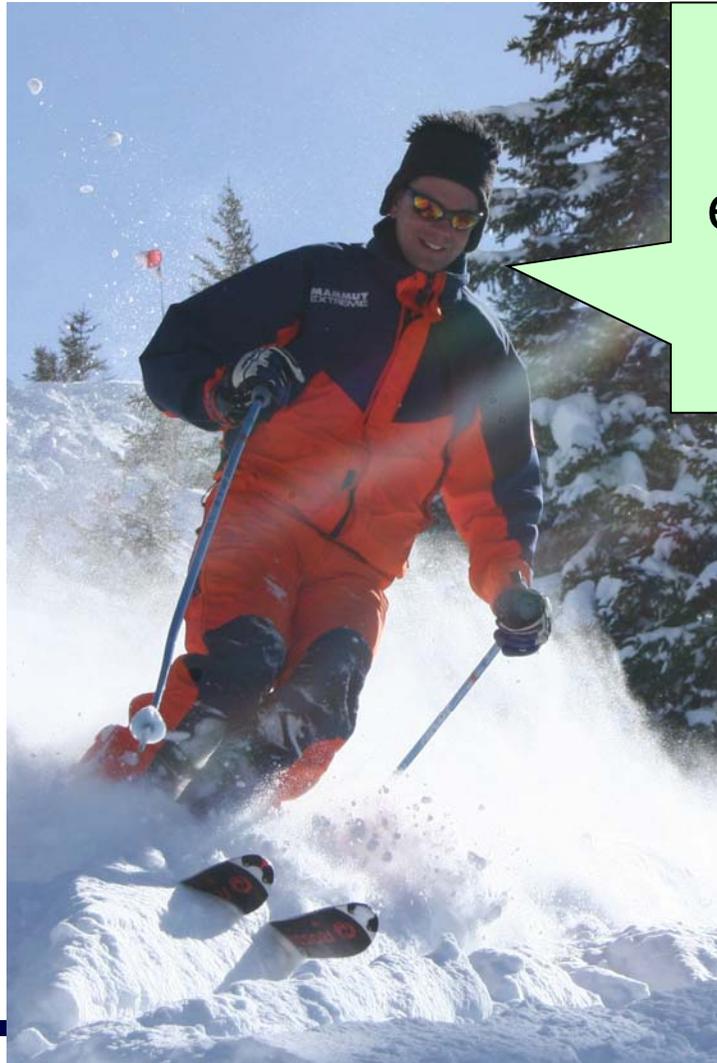
Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung



Vielen Dank für Ihre  
Aufmerksamkeit und  
erfolgreiche Weiterarbeit!

Sebastian Wartha

Problem

Definition

Symptome

Diagnose

Förderung

Die Veranstaltungen können vollständig nachgelesen werden bei

Wartha & Schulz (2012).  
Rechenproblemen vorbeugen.

Berlin: Cornelsen.





# SINUS an Grundschulen

[Programm](#)

[Ziele](#)

[Teilnehmer](#)

[Programmunterlagen](#)

Benutzer

Passwort

[Anmelden](#)

**English contents**   
**SINUS-Archiv**

Dieser Webauftritt entstand  
in Kooperation mit dem  
Innovationsportal des  
Deutschen Bildungsservers.

## »SINUS an Grundschulen«

Das Programm »SINUS an Grundschulen« entwickelt den naturwissenschaftlichen Grundschulunterricht weiter. Es läuft bis Juli 2013. Elf Länder der Bundesrepublik nehmen mit auch Grundschulen aktiv am Programm teil, vier weitere Länder sind Mitglieder.

Lehrerinnen und Lehrer der Teilnehmergrundschulen arbeiten an typischen Herausforderungen des Unterrichts. Sie richten ihre Arbeit auf individuelle Förderung der Kinder und schaffen eine ausbaufähige Lernumgebung in der Sekundarstufe. Lehrkräfte dokumentieren ihre Arbeit und werden dabei vom Programmträger, dem Lehrerbildungszentrum für Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik (IPN) begleitet.

Nähere Informationen zur Vorgehensweise und zum Aufbau des Projekts finden Sie auf unseren Internetseiten.

[Modulbeschreibungen  
Mathematik](#)

[Modulbeschreibungen  
Naturwissenschaften](#)

[Handreichungen](#)

[Fachvorträge](#)

[Berichte](#)

[Referentenlisten](#)

[Weitere Materialien](#)



# SINUS an Grundschulen

[Programm](#)

[Ziele](#)

[Teilnehmer](#)

[Programmunterlagen](#)



Benutzer

Passwort

[Anmelden](#)

## English contents SINUS-Archiv

Dieser Webauftritt entstand in Kooperation mit dem Innovationsportal des Deutschen Bildungsservers.



## Handreichungen des Programmträgers

### Handreichungen zu Arbeitsschwerpunkten

Zusätzlich zu den zehn **Mathematik-** und **Naturwissenschaftsmodulen**, die weiterhin die Arbeitsgrundlage des Programms bilden, wird der Programmträger in Zukunft zu den unten aufgeführten Arbeitsschwerpunkten weitere Handreichungen veröffentlichen.

- Daten aus Unterrichtsevaluationen auswerten und für die Unterrichtsentwicklung nutzen. Handreichung zu diesem Schwerpunkt:
  - »**Informationen aus Rückmeldungen für die Unterrichtsentwicklung nutzen**« (N. Berkemeyer, N. v. Holt)
- Bildungsstandards umsetzen (in Mathematik)  
Handreichungen zu diesem Schwerpunkt:
  - »**Umgang mit Heterogenität**« (G. Krauthausen, P. Scherer)
  - »**Mathematisches Argumentieren in der Grundschule fördern**« (A. Bezdol)
  - »**Wie begründen Kinder im Mathematikunterricht der Grundschule?**« (G. Krummheuer)
- Wege zu den Naturwissenschaften eröffnen (im Sachunterricht)  
Handreichung zu diesem Schwerpunkt:
  - »**Anschlussfähige naturwissenschaftliche Kompetenzen erwerben durch Experimentieren**« (S. Mikelskis-Seifert, K. Wiebel)
- Kinder mit besonderen Schwierigkeiten oder besonderen Begabungen unterstützen  
Handreichung zu diesem Schwerpunkt:
  - »**Aufbau von Grundvorstellungen (nicht nur) bei besonderen Schwierigkeiten im Rechnen**« (S. Wartha, A. Schulz)
- Übergänge gestalten (vom Kindergarten in die Grundschule, sowie jahresübergreifendes Arbeiten in den Klassen 1 und 2 und von der Grundschule

[Aktueller Rundbrief](#)

[Kommende Veranstaltungen](#)

[Hinweis Neuerscheinung](#)

[Info-Flyer](#)

[Zur online-Dokumentation](#)

# Literaturempfehlungen

- Schipper, W. (2009). Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Braunschweig: Schroedel.
- Padberg, F. & Benz, Ch. (2011). Didaktik der Arithmetik. Heidelberg: Spektrum.
- Padberg, F. (2007). Einführung in die Mathematik I – Arithmetik. Heidelberg: Spektrum.
- Leuders, T. (2010). Erlebnis Arithmetik. Heidelberg: Spektrum.
- Schipper, W., Wartha, S., & von Schroeders, N. (2011). BIRTE 2 – Handbuch der Diagnostik und Förderung. Braunschweig: Schroedel.

